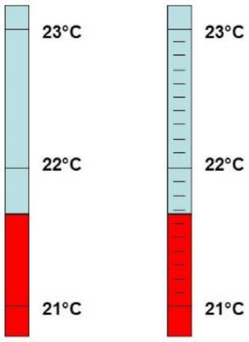
Significante cijfers

In dit document leer je wat meetfouten en significante cijfers zijn en hoe je bij berekeningen rekening moet houden met significante cijfers.

Metingen en meetonzekerheid

Natuurkunde en scheikunde zijn empirische en experimentele wetenschappen. Dat wil zeggen dat waarnemingen en **metingen** cruciaal zijn in de vorming van natuurkundige en scheikundige theorieën. De lijfspreuk van natuurkundige Kamerlingh Onnes was dan ook "Door meten tot weten".



Metingen kunnen echter niet met ongelimiteerde nauwkeurigheid gedaan worden; er is altijd sprake van een **meetonzekerheid**/**meetfout**. Er zijn twee belangrijke soorten fouten die zijn te illustreren aan de hand van een temperatuurmeting met een thermometer (zie rechts). Als het streepje bij 21 °C in werkelijkheid overeenkomt met een temperatuur die hoger of lager is dan 21 °C, dan is de thermometer niet goed gekalibreerd en is er sprake van een **systematische fout**. Elke temperatuurmeting zal dan een te hoge of een te lage temperatuur geven. Ook als we aannemen dat de thermometer goed gekalibreerd is, blijft er altijd een **toevallige fout** over die ontstaat doordat er bij het aflezen een schatting gemaakt moet worden. Met de linker thermometer kun je met zekerheid zeggen dat de temperatuur tussen de 21 °C en 22 °C ligt, maar het cijfer achter de komma moet geschat worden. Zo zou ik de temperatuur aflezen als 21,7 °C, maar 21,6 °C is ook acceptabel. Er is dus onzekerheid in de eerste decimaal (en het zou absurd zijn om de tweede decimaal te schatten). De rechter thermometer heeft een fijnere schaalverdeling en hiermee kun je met zekerheid zeggen dat de temperatuur tussen de 21,6 °C en 21,7 °C ligt. Nu kan de tweede decimaal wel geschat worden en 21,67 °C of 21,68 °C zijn acceptabele waarden.

Significante cijfers

Een waarde die verkregen is door middel van een meting is een **meetwaarde**. Bij meetwaarden speelt het begrip **significante cijfers** een grote rol. Het meest linkse cijfer ongelijk aan 0 in een meetwaarde is het **meest significante cijfer** en het meest rechtse cijfer, het geschatte cijfer, is het **minst significante cijfer**. Voorbeelden bij de volgende meetwaarden (s.c. = significant cijfer):

- T = 21,7 °C: meest s.c. is 2 en minst s.c. is 7
- l = 0,013 m: meest s.c. is 1 en minst s.c. is 3
- m = 2,10 kg: meest s.c. is 2 en minst s.c. is 0

Het **aantal significante cijfers** is het aantal cijfers waaruit de meetwaarde bestaat zonder dat voorafgaande nullen worden meegerekend (andere nullen tellen wel mee). Bij het omrekenen van eenheden of bij het gebruik van de wetenschappelijke notatie moet het aantal significante cijfers ongewijzigd blijven, dus l = 3000 m (4 s.c.) mag je schrijven als $l = 3{,}000 \cdot 10^3$ m (4 s.c.), maar niet als $l = 3 \cdot 10^3$ m of l = 3 km (1 s.c.). Enkele voorbeelden:

- l = 3000 m (4 s.c.) ook te schrijven als $l = 3{,}000 \cdot 10^3$ m (of 3,000 km)
- l = 3 km (1 s.c.) ook te schrijven als $l = 3 \cdot 10^3$ m
- l = 0,030 m (2 s.c.) ook te schrijven als $l = 3{,}0 \cdot 10^{-2}$ m (of 3,0 cm of 30 mm)
- l = 10,2 m (3 s.c.) ook te schrijven als $l = 1{,}02 \cdot 10^1$ m (of 102 dm)

Edwin van der Eide (Bijles Exacte Vakken Arnhem), november 2020

Vuistregels voor het rekenen met meetwaarden

Vermenigvuldigen/delen

Bij het **vermenigvuldigen** of **delen** van meetwaarden wordt het resultaat gegeven in het **kleinste aantal significante cijfers** dat bij de meetwaarden voorkomt.

Als voorbeeld berekenen we de kinetische energie van een fietser, gegeven dat de totale massa is gemeten als 84,0 kg (3 s.c.) en de snelheid als 7,2 m/s (2 s.c.). De formule voor kinetische energie is $E_k = ½·m·v^2$. Hierin worden meetwaarden voor de massa en snelheid met elkaar (en zichzelf) vermenigvuldigd. Het resultaat moet dus worden gegeven in 2 significante cijfers. We krijgen $E_k = ½·m·v^2 = ½ · 84{,}0\ \text{kg} · (7{,}2\ \text{m·s}^{-1})^2 \approx 2177$ J. In de juiste significante: $E_k = 2{,}2 · 10^3$ J (of 2,2 kJ).

Opmerking: de factor ½ in de formule voor E_k is geen meetwaarde maar een **telwaarde** (oneindige nauwkeurigheid) en beïnvloedt de significantie niet. Constanten zoals π en e hebben een zeer hoge nauwkeurigheid en beïnvloeden de significantie ook niet.

Andere voorbeelden, waarbij in de berekening meetwaarden gebruikt worden:

- $A = 4{,}0\ \text{m} · 5\ \text{m} = 2 · 10^1\ \text{m}^2$ (*niet* 20 m^2)
- $v = \dfrac{0{,}25\ \text{m}}{0{,}132\ \text{s}} = 1{,}9$ m/s

Optellen/aftrekken

Bij het **optellen** of **aftrekken** van meetwaarden wordt het resultaat gegeven in het **kleinste aantal decimalen** (cijfers achter de komma) dat bij de meetwaarden voorkomt. We kijken dus niet naar het aantal significante cijfers. Optellen of aftrekken van meetwaarden kan overigens alleen maar als het om dezelfde grootheid gaat.

Als voorbeeld nemen we drie weerstanden die in serie geschakeld worden. Voor de vervangingsweerstand geldt dan: $R_v = R_1 + R_2 + R_3$, dus we moeten meetwaarden bij elkaar optellen. We nemen situaties waarbij dezelfde eenheden (a) en verschillende eenheden (b) gebruikt zijn.

(a) Stel dat gemeten is dat $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 5{,}6\ \Omega$ en $R_3 = 0{,}8\ \Omega$. Alle weerstanden zijn in ohm (Ω). R_1 is gegeven in het kleinste aantal decimalen (0), dus het resultaat wordt in 0 decimalen gegeven. $R_v = 12\ \Omega + 5{,}6\ \Omega + 0{,}8\ \Omega = 18\ \Omega$.

(b) Stel dat gemeten is dat $R_1 = 18{,}2\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 2{,}3\ \text{k}\Omega$ en $R_3 = 60\ \Omega$. Omdat zowel Ω als kΩ gebruikt zijn, gaan we **omrekenen naar de grootste eenheid** (kΩ) met behoud van significantie: $R_3 = 60\ \Omega = 0{,}060\ \text{k}\Omega$. Dit betekent we R_1 en R_2 in 1 decimaal weten en R_3 in 3 decimalen, dus het resultaat geven we in 1 decimaal. $R_v = 18{,}2\ \text{k}\Omega + 2{,}3\ \text{k}\Omega + 0{,}060\ \text{k}\Omega = 20{,}6\ \text{k}\Omega$.

Logaritme nemen en machtsverheffen

Het nemen van logaritmes en machtsverheffen komt bij scheikunde voor bij pH-berekeningen. Enkele relevante formules zijn $\text{pH} = -{}^{10}\log([H_3O^+])$ en $[H_3O^+] = 10^{-\text{pH}}$. De vuistregel hier is als volgt: **het aantal decimalen in de pH is gelijk aan het aantal significante cijfers in de $[H_3O^+]$**. Als is gegeven dat $[H_3O^+] = 0{,}15$ M (2 s.c.), dan moet de pH in 2 decimalen gegeven worden, dus pH = 0,82. Als gegeven is dat pH = 1,5 (1 decimaal), dan moet $[H_3O^+]$ in 1 s.c. gegeven worden, dus $[H_3O^+] = 3 · 10^{-2}$ M.

Doorrekenen met onafgeronde waarden

Als je resultaten van berekeningen in het juiste aantal significante cijfers (of decimalen) wilt geven, is het vaak nodig dat je afrondt, zoals je in de voorbeelden hebt gezien. Als je moet doorrekenen met de resultaten is het wel van belang dat je doorgaat met de onafgeronde waarden, omdat je anders systematische fouten introduceert.

Edwin van der Eide (Bijles Exacte Vakken Arnhem), november 2020