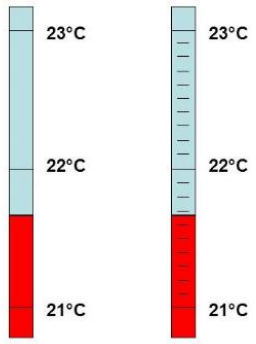
Significante cijfers en rekenen met meetwaarden

Metingen en meetonzekerheid

Natuurkunde en scheikunde zijn empirische en experimentele wetenschappen. Dat wil zeggen dat waarnemingen en **metingen** cruciaal zijn in de vorming van natuurkundige en scheikundige theorieën. De lijfspreuk van natuurkundige Kamerlingh Onnes was dan ook “Door meten tot weten”.

Een waarde die verkregen is door middel van een meting is een **meetwaarde**. Metingen kunnen niet met ongelimiteerde nauwkeurigheid gedaan worden; er is altijd sprake van een **meetonzekerheid** (ook wel **meetfout** genoemd). Er zijn twee belangrijke soorten meetfouten, te illustreren aan de hand van een temperatuurmeting met een thermometer (zie rechts). Als het streepje bij 21 °C in werkelijkheid overeenkomt met een temperatuur die hoger of lager is dan 21 °C, dan is de thermometer niet goed **gekalibreerd** en is er sprake van een **systematische fout**. Elke temperatuurmeting zal dan een te hoge of een te lage temperatuur geven.



Zelfs als de thermometer goed gekalibreerd is, en daar gaan we vanaf nu van uit, blijft er altijd een **toevallige fout** over. Deze fout ontstaat doordat er bij het aflezen een **schatting** gemaakt moet worden. Met de linker thermometer weet je zeker dat de temperatuur tussen de 21 °C en 22 °C ligt, maar het cijfer achter de komma moet geschat worden. De meeste mensen zullen de temperatuur aflezen als 21,7 °C, maar 21,6 °C is ook acceptabel. Er is dus enige onzekerheid in de eerste decimaal en over de tweede decimaal kan je niets zinvols zeggen. De rechter thermometer heeft een fijnere schaalverdeling, zodat er nauwkeuriger kan worden gemeten. Hiermee weet je zeker dat de temperatuur tussen de 21,6 °C en 21,7 °C ligt. Nu kan de tweede decimaal wél geschat worden en 21,67 °C of 21,68 °C zijn acceptabele meetwaarden.

Significante cijfers

Bij meetwaarden speelt het begrip **significante cijfers** (betekenisvolle cijfers) een grote rol. Het meest linkse cijfer *ongelijk aan 0* is het **meest significante cijfer**, omdat het de grootste bijdrage levert aan de meetwaarde. Het geschatte cijfer — dat is meestal het meest rechtse cijfer — is het **minst significante cijfer**. Het **aantal significante cijfers** (s.c.) van een meetwaarde is het aantal cijfers vanaf het meest tot en met het minst significante cijfer. Hoe nauwkeuriger de meting, hoe hoger het aantal s.c. in de meetwaarde. Hieronder staan enkele voorbeelden, waarbij het meest significante cijfer rood is gekleurd en het minst significante cijfer blauw (paars bij overlap).

T = 21,7 °C	T = 21,68 °C	l = 0,013 m	m = 2,10 kg	n = 20,85 mol	t = 0,009 s
3 s.c.	4 s.c.	2 s.c.	3 s.c.	4 s.c.	1 s.c.

Het **aantal s.c. van een meetwaarde mag niet veranderen** als je omrekent naar een andere eenheid. Soms móet je dan de wetenschappelijke notatie gebruiken. Als grote meetwaarden voluit worden geschreven, kan er door de extra nullen namelijk onduidelijkheid zijn over het aantal s.c. en dus de nauwkeurigheid van de meting. Dit zie je hieronder geïllustreerd voor het omrekenen van een afstand in km naar m.

l = 5300 m ✗	←	l = 5,3 km	→	l = 5,3 · 10^3 m ✓
2, 3 of 4 s.c.??		2 s.c.		2 s.c.
op de hm, dam of m nauwkeurig??		*op de hm nauwkeurig*		*op de hm nauwkeurig*

Vuistregels voor het rekenen met meetwaarden

Vermenigvuldigen/delen

Bij het vermenigvuldigen of delen van meetwaarden wordt het resultaat gegeven in het **kleinste aantal significante cijfers** dat bij de meetwaarden voorkomt.

Als voorbeeld berekenen we de kinetische energie van een fietser, gegeven dat de totale massa is gemeten als 84,0 kg (3 s.c.) en de snelheid als 7,2 m/s (2 s.c.). De formule voor kinetische energie is $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2$. Hierin worden meetwaarden voor de massa en snelheid met elkaar (en zichzelf) vermenigvuldigd. Het resultaat moet dus worden gegeven met twee significante cijfers. We krijgen $E_k = ½ \cdot m \cdot v^2 = ½ \cdot 84{,}0\ \text{kg} \cdot (7{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \approx 2177$ J. In de juiste significantie: $E_k = 2{,}2 \cdot 10^3$ J (of 2,2 kJ).

Opmerking: de factor ½ in de formule voor E_k is geen meetwaarde maar een **telwaarde** (oneindige nauwkeurigheid) en beïnvloedt de significantie niet. Wiskundige constanten zoals π en e hebben een zeer hoge nauwkeurigheid en beïnvloeden de significantie ook niet.

Andere voorbeelden, waarbij in de berekening meetwaarden gebruikt worden:

- $A = 3{,}9\ \text{m} \cdot 5\ \text{m} = 19{,}5\ \text{m}^2 = 2 \cdot 10^1\ \text{m}^2$ (1 s.c.)
- $v = \frac{0{,}25\ \text{m}}{0{,}132\ \text{s}} = 1{,}893...\ \text{m/s} = 1{,}9\ \text{m/s}$ (2 s.c.)

Optellen/aftrekken

Bij het optellen of aftrekken van meetwaarden wordt het resultaat gegeven in het **kleinste aantal decimalen** (cijfers achter de komma) dat bij de meetwaarden voorkomt. We kijken dus niet naar het aantal significante cijfers. Optellen of aftrekken van meetwaarden kan overigens alleen maar als het om dezelfde grootheid gaat.

Als voorbeeld nemen we drie weerstanden die in serie geschakeld worden. Voor de vervangings-weerstand (R_v) geldt dan: $R_v = R_1 + R_2 + R_3$, dus we moeten meetwaarden bij elkaar optellen. We bekijken situaties waarbij dezelfde eenheden (a) en verschillende eenheden (b) gebruikt zijn.

(a) Stel dat gemeten is dat $R_1 = 12\ \Omega$, $R_2 = 5{,}6\ \Omega$ en $R_3 = 0{,}8\ \Omega$. Alle weerstanden zijn in ohm (Ω). R_1 is gegeven in het kleinste aantal decimalen (0), dus het resultaat wordt in 0 decimalen gegeven. $R_v = 12\ \Omega + 5{,}6\ \Omega + 0{,}8\ \Omega = 18{,}4\ \Omega = 18\ \Omega$.

(b) Stel dat gemeten is dat $R_1 = 18{,}2\ \text{k}\Omega$, $R_2 = 2{,}3\ \text{k}\Omega$ en $R_3 = 60\ \Omega$. Omdat zowel Ω als kΩ gebruikt zijn, gaan we **omrekenen naar de grootste eenheid** (kΩ) met behoud van aantal s.c.: $R_3 = 60\ \Omega = 0{,}060\ \text{k}\Omega$. Dit betekent we R_1 en R_2 in 1 decimaal weten en R_3 in 3 decimalen, dus het resultaat geven we in 1 decimaal. $R_v = 18{,}2\ \text{k}\Omega + 2{,}3\ \text{k}\Omega + 0{,}060\ \text{k}\Omega = 20{,}56\ \text{k}\Omega = 20{,}6\ \text{k}\Omega$.

Logaritme nemen en machtsverheffen

Het nemen van logaritmes en machtsverheffen komt bij scheikunde voor bij pH-berekeningen. Enkele relevante formules zijn $\text{pH} = -^{10}\log([H_3O^+])$ en $[H_3O^+] = 10^{-\text{pH}}$. De vuistregel hier is als volgt: **het aantal decimalen in de pH is gelijk aan het aantal significante cijfers in de $[H_3O^+]$**. Als is gegeven dat $[H_3O^+] = 0{,}15$ M (2 s.c.), dan moet de pH in 2 decimalen gegeven worden, dus pH = 0,82. Als gegeven is dat pH = 1,5 (1 decimaal), dan moet $[H_3O^+]$ in 1 s.c. gegeven worden, dus $[H_3O^+] = 3 \cdot 10^{-2}$ M.

Doorrekenen met onafgeronde waarden

Als je resultaten van berekeningen in het juiste aantal significante cijfers (of decimalen) wilt geven, is het vaak nodig dat je afrondt, zoals je in de voorbeelden hebt gezien. Als je moet doorrekenen met de resultaten is het wel van belang dat je doorgaat met de onafgeronde waarden, omdat je anders systematische fouten introduceert.