

Werken met formules

In de natuurwetenschappen heb je veel te maken met **formules**. Dat zijn uitdrukkingen waarin het verband tussen twee of meer grootheden wordt aangegeven. In dit document leer je het volgende:

- het omschrijven van formules
- eenhedenanalyse
- het omrekenen van eenheden
- stappenplan voor het werken met formules in opgaven

Het helpt om 'Grootheden, eenheden en het SI-stelsel' alvast doorgenomen te hebben.

Formules omschrijven

Balansmethode en gelijkwaardige formules

Veel natuurwetenschappelijke formules zijn te vinden in Binas 35 en 37. Een bekende formule in de natuurkunde en scheikunde is die voor de stofeigenschap dichtheid:

$$\rho = \frac{m}{V} \text{ (formule 1)}$$

Aan de formule kun je zien op welke manier dichtheid (ρ ; Griekse letter rho), massa (m) en volume (V) aan elkaar gerelateerd zijn. De formule in bovenstaande vorm is praktisch als je van een voorwerp m en V bepaald hebt, want ρ is dan direct uit te rekenen door te formule in te vullen.

Het kan ook zijn dat je ρ en V weet. In dat geval is m uit te rekenen. Hierbij is het handig om eerst de formule om te schrijven zodat m vrijgemaakt is (dat m links staat van het = teken). Voor het omschrijven van formules gebruik je de **balansmethode**, die je bij wiskunde ook geleerd hebt. De balansmethode houdt in dat je bij een vergelijking altijd dezelfde bewerking doet aan beide kanten van het = teken, want alleen dan blijft de vergelijking kloppend. Als we, uitgaande van formule 1, beide kanten met V vermenigvuldigen, krijgen we $\rho \cdot V = m$. We mogen het linker- en rechterlid omwisselen en krijgen dan:

$$m = \rho \cdot V \text{ (formule 2)}$$

Het is ook mogelijk om V vrij te maken. Als we, uitgaande van formule 2, beide kanten delen door ρ en daarna het linker- en rechterlid omwisselen, krijgen we:

$$V = \frac{m}{\rho} \text{ (formule 3)}$$

Formules 1, 2 en 3 zijn **gelijkwaardige formules**. Ze beschrijven alle drie hetzelfde verband tussen ρ , m en V , maar verschillen wat betreft de grootte die vrijgemaakt is.

Eenhedenanalyse

Aangezien de SI-eenheden van m (kg) en V (m³) bekend zijn, kunnen we via formule 1 bepalen wat de SI-eenheid van ρ moet zijn. Dat noemen we **eenhedenanalyse**. In de natuurkunde geven we 'de eenheid van' aan met rechte haken om het symbool van de grootte. Dus $[\rho]$ moet je lezen als 'de eenheid van dichtheid'. Bij eenhedenanalyse kun je bij een gegeven formule rechte haken om alle grootheden zetten. Er geldt dus:

$$[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (= \text{kg}/\text{m}^3 = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$$

Je kunt eenhedenanalyse gebruiken om te controleren of een formule goed is omschreven. Klopt $m = \rho \cdot V$ (formule 2) bijvoorbeeld? We nemen de proef op de som, nu we weten dat $[\rho] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

$$[m] = [\rho] \cdot [V] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{m}^3 = \text{kg}$$

We komen inderdaad bij de correcte eenheid van massa uit, dus de formule is goed omschreven.

Stel nu dat we de formule hadden omschreven tot het incorrecte $m = \frac{\rho}{V}$. Eenhedenanalyse levert dan op dat $[m] = \frac{[\rho]}{[V]} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}}{\text{m}^3} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-6}$. Dit klopt niet en daarom is de formule incorrect.

Eenheden omrekenen

Grootheden worden in opgaven lang niet altijd in de juiste eenheid gegeven die nodig is voor het gebruik in een formule. Voordat je een formule gaat invullen, is het dus mogelijk dat je eenheden moet omrekenen. Bij het vak natuurkunde gebruikt men vrij consequent SI-eenheden in formules, maar bij scheikunde wordt bij twee eenheden vaak afgeweken van SI-eenheden: gram (g) wordt gebruikt in plaats van kg als massa-eenheid en liter ($\text{L} = \text{dm}^3 = 10^{-3} \text{m}^3$) wordt gebruikt in plaats van m^3 als volume-eenheid.

Met behulp van de SI-voorvoegsels (Binas 2) en de definitie van liter ($\text{L} = \text{dm}^3 = 10^{-3} \text{m}^3$) zijn de volgende omrekeningen vrij eenvoudig te doen:

- $l = 185 \text{ cm} = 185 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,85 \text{ m}$
- $m = 5,3 \text{ g} = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
- $R = 51 \text{ M}\Omega = 51 \cdot 10^6 \Omega = 5,1 \cdot 10^7 \Omega$
- $A = 21 \text{ mm}^2 = 21 (\text{mm})^2 = 21 \cdot (10^{-3} \text{ m})^2 = 21 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
- $V = 1,3 \text{ L} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

Bij natuurkunde moet je ook de eenheid van snelheid om kunnen rekenen van km/h (h = uur) naar de SI-eenheid m/s en andersom. Hierbij gebruik je het gegeven dat er in een uur 60 minuten van elk 60 seconden zitten. Dus $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ en $1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$. Twee voorbeelden:

- $v = 90 \text{ km/h} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{90 \text{ km}}{\text{h}} = \frac{90 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{25 \text{ m}}{\text{s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \text{ m/s}$
- $v = 1,5 \text{ m/s} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1,5 \text{ m}}{\text{s}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{5,4 \text{ km}}{\text{h}} = 5,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5,4 \text{ km/h}$

Stappenplan voor het werken met formules

Het volgende stappenplan is handig bij opgaven waarin je moet rekenen met formules:

1. Lees de opgave goed door en schrijf op wat de gegeven en de gevraagde grootheden zijn. Schrijf ook de symbolen van deze grootheden op.
2. Schrijf een formule op (zoek indien nodig in Binas) waarin de gevraagde grootheid wordt gerelateerd aan de gegeven grootheden. Schrijf de formule om indien nodig.
3. Ga na in welke eenheden je de gegevens in moet invullen. Indien nodig ga je eenheden omrekenen.
4. Vul de gegevens in in de formule en geef je antwoord in het juiste aantal significante cijfers

Nu volgen enkele voorbeeldopgaven ter illustratie.

Voorbeeldopgaven

(a) Van 25 mL van een vloeistof heeft men bepaald dat de massa 21 g is. Bereken de dichtheid in $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

1. Gegeven: volume (V) en massa (m). Gevraagd: dichtheid (ρ).
2. De benodigde formule is $\rho = \frac{m}{V}$. De formule staat al in de juiste vorm.
3. Het antwoord wordt gevraagd in $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. We rekenen dus de massa om naar kg en het volume naar m^3 .
 $m = 21 \text{ g} = 21 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
 $V = 25 \text{ mL} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ L} = 25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$.
4. $\rho = \frac{m}{V} = \frac{2,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}{2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 8,4 \cdot 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. De dichtheid van de vloeistof is $8,4 \cdot 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Opmerking: het kan ook voorkomen dat de dichtheid in g/mL wordt gevraagd. In dat geval hoef je geen eenheden om te rekenen: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{21 \text{ g}}{25 \text{ mL}} = 0,84 \text{ g/mL}$.

(b) Een 18 meter lange vrachtwagen met een massa van 21 ton rijdt met 90 km/h over de snelweg. Wat is zijn kinetische energie?

1. Gegeven: lengte (l), massa (m) en snelheid (v). Gevraagd: kinetische energie (E_k).
2. De benodigde formule is $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. De formule staat al in de juiste vorm.
3. Er is niet aangegeven in welke eenheid de kinetische energie moet worden gegeven. Aangezien dit een natuurkunde-opgave is, is het aan te raden om met SI-eenheden te werken, zodat het antwoord in $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$ (J) wordt verkregen. 1 ton = $1 \cdot 10^3 \text{ kg}$
 $m = 21 \text{ ton} = 21 \cdot 10^3 \text{ kg} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kg}$
 $v = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ (zie 'Eenheden omrekenen')
4. $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot (25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 = 6,6 \cdot 10^6 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ J}$. De kinetische energie van de vrachtwagen is $6,6 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Opmerking: in deze opgave zag je dat je soms meer gegevens krijgt dan nodig zijn. De lengte is hier irrelevant.

(c) Een pak suiker ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) heeft een massa van 1,00 kg. Hoeveel mol suiker is dit?

1. Gegeven: massa (m). Indirect gegeven: molaire massa (M). Gevraagd: hoeveelheid stof (n).
2. In Binas 35 staat de formule gegeven als $m = n \cdot M$. Omschrijven geeft $n = \frac{m}{M}$.
3. De molaire massa wordt uitgedrukt in g/mol (zie Binas 98) en niet in kg/mol. Dit betekent dat we de massa moeten omrekenen naar g.
 $M(\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}) = 342,30 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ (Binas 98)
 $m = 1,00 \text{ kg} = 1,00 \cdot 10^3 \text{ g}$
4. $n = \frac{m}{M} = \frac{1,00 \cdot 10^3 \text{ g}}{342,30 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}} = 2,92 \text{ mol}$. De hoeveelheid suiker in een pak van 1,00 kg is 2,92 mol.

Opmerking: als je van een stof de molecuulformule kent, weet je ook zijn molaire massa. Dit is iets wat je in het 4^e of 5^e jaar bij scheikunde leert. Binas 98 geeft van enkele stoffen de molaire massa.